$f(x) = \sin x(1-\sin^2 x)$

$f(x) = \sin x.\, Cos^2 x$

$F(x) = \frac{-1}{3} Cos^3 x + k$

$f(\frac{-\pi}{4}) = 2 \Rightarrow \frac{-1}{3}(\frac{\sqrt{2}}{2})^3 + k = 2$

$\Rightarrow k = 2 + \frac{\sqrt{2}}{12}$

$F(x) = \frac{-1}{3} Cos^3 x + 2 + \frac{\sqrt{2}}{12}$

4. f est continue sur $[0, \frac{\pi}{2}[$

$f(x) = \frac{1}{Cos^2 x}(1 + tg\ x)$

(de la forme U'.U)

$F(x) = \frac{1}{2}(1 + tg\ x)^2 + k$

$F(\frac{\pi}{4}) = 0 \Rightarrow k = -2$

$F(x) = \frac{1}{2}(1 + tg\ x)^2 - 2$

EX 5 :

1. $f(x) = Cos(x).Cos(3x)$

$g(x) = \sin x.\sin(3x)$

a)

$*(f+g)(x) = Cos\ x.Cos\ 3x + \sin x \sin 3x$

$= Cos(3x - x)$

$= Cos\ 2x$

$\varphi(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ *est une primitive de* $(f+g)$ *sur IR*

$*(f-g)(x) = Cos\ 4x$

$\psi(x) = \frac{1}{4}\sin 4x$

est une primitive de (f-g) sur IR

b).

$(\varphi + \psi)'(x) = \varphi'(x) + \psi'(x)$

$= (f+g)(x) + (f-g)(x)$

$= 2f(x)$

$F(x) = \frac{1}{2}(\varphi + \psi)(x)$ est une primitive de f sur IR

$F(x) = \frac{1}{4}\sin(2x) + \frac{1}{8}\sin(4x) + k \quad k \in IR$

$(\varphi - \psi)'(x) = \big(f(x) + g(x)\big) - \big(f(x) - g(x)\big)$

$= 2g(x)$

$G(x) = \frac{1}{2}(\varphi - \psi)(x)$

G est une primitive de g sur IR

$G(x) = \frac{1}{4}\sin(2x) - \frac{1}{8}\sin(4x) + k \quad k \in IR$

2.

$h(x) = \sin 4x + Cosx.\sin 4x$

$h(x) = \sin 4x + 2Cosx.\sin 2x\ Cos2x$

$= \sin 4x + 4 \sin x.\, Cos^2 x\, (Cos\ 2x)$

$= \sin 4x + 4 \sin x.\, Cos^2 x\, (2Cos^2 x - 1)$

$= \sin 4x + 8 \sin x.\, Cos^4 x - 4\sin x\, Cos^2 x$

$H(x) = \frac{-1}{4} Cos\ 4x - \frac{8}{5} Cos^5 x + \frac{4}{3} Cos^3 + k$

$H(\pi) = 0 \Rightarrow \frac{8}{5} - \frac{4}{3} + k = 0$

$k = \frac{-4}{15}$

$H(x) = \frac{1}{4} Cos\ 4x - \frac{8}{5} Cos^5 x + \frac{4}{3} Cos^3 x - \frac{4}{15}$

EX 6 :

$f(x) = x.\sin x$

1. *f est dérivable sur* $\mathbb{R}$

(produit de 2 fonction dérivables)

$f'(x) = \sin x + x\, Cos\ x$

f ' est dérivable sur $\mathbb{R}$

$f''(x) = Cos\ x + Cos\ x - x \sin x$

$f''(x) = 2\ Cos\ x - f(x)$

$\Rightarrow f(x) = 2\ Cos\ x - f''(x)$

2. $F(x) = +2 \sin x - f'(x) + k$

$F(x) = 2\sin - \sin x - x\, Cos\ x + k$

$F(x) = \sin x - x\, Cos\ x + k$

$F(\pi) = 0 \Rightarrow k = -\pi$

d'où :

$F(x) = \sin x - x\, Cos\ x - \pi$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn